Le tolérancement inertiel, une autre façon d'intégrer l'aspect combinatoire dans les processus assemblés

Maurice Pillet, Frédéric Bernard, Laetitia Avrillon

Le tolérancement inertiel, une autre façon d'intégrer l'aspect combinatoire dans les processus assemblés

Maurice Pillet, Frédéric Bernard, Laetitia Avrillon

Laboratoire de Logiciels pour la Productique (LLP CESALP)
Université de Savoie - ESIA
B.P. 806 - 74016 ANNECY CEDEX
Maurice.pillet@univ-savoie.fr

RÉSUMÉ. *Nous proposons dans cette communication de remplacer la façon traditionnelle de tolérancer les caractéristiques mécaniques (Bipoint [min - Max]) par une nouvelle façon totalement originale : le tolérancement inertiel. Le principe consiste à tolérancer l'inertie des écarts par rapport à la cible. En tolérancement inertiel l'écart maximal par rapport à la cible n'est pas figé, il dépend du nombre de pièces que l'on réalise Cette nouvelle façon de tolérancer offre de très nombreux avantages sur le tolérancement classique, notamment dans les cas de mélanges de lots, de tolérancement de produits assemblés, de définition de la conformité… Couplé avec le nouvel indicateur de capabilité Cpi, ce tolérancement permet de réaliser le meilleur compromis entre la qualité des produits assemblés et le coût de production.*

ABSTRACT. *We propose in this communication to replace the traditional tolerancing method of mechanical characteristics [min - max] by a new original way: inertial tolerancing. The principle consists to tolerance the inertia of the variations compared to the target. In inertial tolerancing the maximum variation between the value and the target depends on the number of parts manufactured. This new way of tolerance offers numerous advantages on traditional method, particularly in the cases of batches mixture, of assembled products and conformity analysis. Coupled with the new capability index Cpi, this approach reach the best compromise between quality of the assembled products and production cost.*

MOTS-CLÉS : *Tolérancement Statistique, Tolérancement inertiel, Maîtrise Statistique des Procédés, Six Sigma.*

KEY WORDS: *Statistical tolerancing, Inertial Tolerancing, Statisticaol Process Control, Six Sigma.*

1. Les problèmes de tolérancement et de conformité dans le cas des assemblages mécaniques

En l'absence de dispersion lors de la production, le tolérancement serait inutile, chaque caractéristique serait définie par sa valeur cible. Cette évidence mérite parfois d'être rappelée pour bien situer l'importance de la fonction de tolérancement : limiter les variations autorisées autour d'une cible qui traduit le mieux la volonté du concepteur. D'une façon traditionnelle, dans le cas des tolérances bilatérales on définit une zone de variation tolérée par un bipoint [Min ; Max]. En production, on constate plusieurs façon d'envisager la conformité d'une production par rapport à ce bipoint. Ces différentes façons ne traduisent pas la même volonté du concepteur. Etudions les trois grandes approches de décisions en matière de conformité.

1.1. *Les différentes façons de déclarer la conformité*

Le contrôle à 100%

Le contrôle à 100% est la version la plus simple de la tolérance. La caractéristique est considérée bonne lorsqu'elle est dans les limites mauvaise à l'extérieur. La conformité du lot n'est déclarée qu'après le contrôle et éventuellement le tri de l'ensemble de la production. Ce type de contrôle peut conduire à une répartition quelconque tronquée aux limites.

Le contrôle réception par AQL

Dans ce cas de figure, la conformité est déclarée après inspection d'un échantillon prélevé dans le lot. La forme de la répartition n'est pas prise en compte. Le lot est déclaré conforme si le nombre de pièces hors tolérance ne dépasse pas une limite déterminée en fonction de la qualité souhaitée. Dans ce cas de figure on admet de ne pas avoir 100% de la production à l'intérieur des tolérances.

Le respect de capabilité

Il est facile de démontrer que les deux premières méthodes évoquées ci-dessus ne peuvent conduire à un niveau de qualité acceptable si l'on veut un coût de contrôle raisonnable. Avec la MSP (Maîtrise Statistique des Processus) est apparue la notion de capabilité qui a profondément modifiée le concept de conformité. Un lot est désormais déclaré conforme si l'indice de capabilité (Souvent $Ppk = Tolérance/(6\sigma_{Production})$) est supérieur à une limite (Souvent 1.33). Cette nouvelle définition de la conformité est intéressante. En effet elle permet de contrôler un lot à partir d'un échantillon et de garantir que la quasi-totalité des pièces sont bien à l'intérieur des tolérances. D'autres approches s'appuyant un l'indicateur Cpm [2] sont également très intéressantes, mais sont peu utilisées dans l'industrie

On le voit déjà à partir de ces trois versions (non exhaustives) de la conformité, il y a une grande diversité de la traduction de la volonté du concepteur. De plus ces différentes méthodes ne sont pas sans ambiguïtés. Nous nous proposons de souligner les principales.

1.2. *Les ambiguïtés des définitions de conformité*

Les pièces en limite de tolérance : Pour illustrer ce principe nous nous appuierons sur deux exemples (figure1). Dans ce cas #1, on conclut que le lot est non-conforme alors que le cas #2 est conforme. Pourtant nous avons montré [1] dans le cas d'un assemblage mécanique que le cas #1 donnera une meilleure qualité que le cas #2. En effet, l'impact d'un décentrage sur une caractéristique résultante est directe alors que l'impact d'une forte dispersion est pondérée par le nombre de spécifications entrant dans la relation.

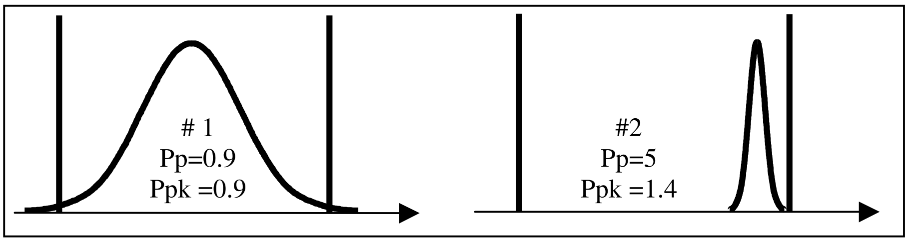


Figure 1. Conformité et capabilité

La conformité dans le cas de mélanges de lots : Le problème des mélanges de lots survient fréquemment dans le cas des productions de séries et intervient forcément dans le cas de processus multigénérateurs tels que les presses à injecter. Prenons l'exemple d'une presse quatre empreintes [figure 2]. Chaque empreinte à une bonne capabilité Ppk >1.33 mais lorsqu'on met les quatre empreintes dans le même lot le Ppk résultant n'est pas satisfaisant. Cette particularité des indicateurs de capabilité pose de nombreux problèmes dans les relations entre clients et fournisseurs.

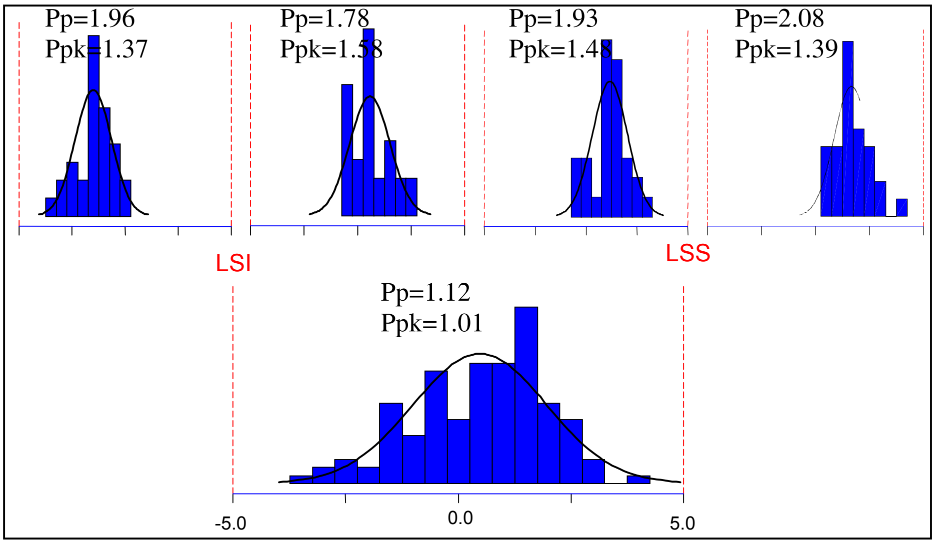


Figure 2 : Le problème des mélanges de lots

La conformité dans le cas de productions non normales : L'ensemble des points précédents ont été calculés à partir d'une loi normale. Mais que se passe t-il lorsque la loi n'est pas normale. Doit-on refuser le lot ou renoncer à utiliser les capabilités. De très nombreuses contributions ont donné un point de vue sur le sujet en partant du principe que la dispersion devait être définie comme étant l'intervalle contenant 99.73% de la population. Il faut donc trouver une méthode pour déterminer cet intervalle, c'est le sujet de plusieurs publications. Le choix de 99.73% résulte de la volonté d'avoir pour toutes les répartitions une proportion hors tolérance identique lorsque Ppk = 1. Mais cette uniformité n'est vraie que pour Ppk = 1, elle n'est déjà plus vraie pour Ppk = 1.33. Une autre solution plus élégante est de choisir que par convention la dispersion correspond à 6 sigma quelle que soit la répartition.

2. Les principales méthodes de tolérancement dans le cas des produits assemblés

Dans le cas de produits assemblés, avec le tolérancement bipoint traditionnel, il faut répartir la condition fonctionnelle résultante sur l'ensemble des caractéristiques élémentaires entrant dans cette cote condition. Plusieurs approches ont été proposées, rappelons les principales [3] [4] [5] [6] [7] [8]

2.1. *Tolérancement au pire des cas*

Dans ce cas, on considère que dans tous les cas d'assemblage, la tolérance sur Y sera respectée. On détermine les tolérances à partir de la relation (1) :

$$Y = F(x1, x2, x3, ..) \qquad (1)$$

Dans le cas d'une relation linéaire, cette relation s'écrit :

$$Y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i X_i \qquad (2)$$

- Y étant la caractéristique résultante ;
- x_i les caractéristiques élémentaires.

Le tolérancement au pire des cas détermine les tolérances sur les caractéristiques élémentaires par les relations :

$$t_y = \sum \alpha_i t_{xi} \qquad (3)$$

$$\Delta_y = \sum |\alpha_i| \Delta_{xi} \qquad (4)$$

- t_y étant la cible sur y ;
- Δ_Y étant l'intervalle du bipoint.

La répartition des tolérances peut se faire suivant plusieurs méthodes [1]

- Répartition uniforme des tolérances
- A partir des normes ou de règles de conception
- A partir d'une répartition des tolérances proportionnelle à la racine carré de la cote nominale
- En fonction de l'historique des capabilités

L'inconvénient bien connu du tolérancement au pire des cas et le coût des produits associé à cette méthode. En effet, il conduit à des tolérances extrêmement serrées souvent très difficiles à tenir pour la production. Cela conduit à augmenter de façon considérable les coûts de production par une augmentation des contrôles, des rebuts et par le choix de moyens de production plus sophistiqués. Par contre, lorsque les tolérances sont tenues au niveau des caractéristiques, on a la garantie du respect des spécifications au niveau du produit final.

2.2. *Tolérancement statistique*

Le tolérancement statistique a été développé pour tenir compte de l'aspect combinatoire des tolérances [3]. A partir de l'équation 2, dans le cas ou les variables x_i sont indépendantes avec un écart type σi on a la relation (5)

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum \alpha_i^2 \sigma_i^2} \qquad (5)$$

En supposant les tolérances proportionnelles à l'écart type, on obtient [4] l'équation (6)

$$T_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 T_i^2} \qquad (6)$$

Dans ce type de tolérancement, une des hypothèses fondamentale est le centrage de toutes les caractéristiques élémentaires x_i.

2.3. *Tolérancement statistique augmenté, un compromis*

Plusieurs méthodes ont été proposées pour contrecarrer les inconvénients du tolérancement statistique. La plus connue consiste à utiliser le tolérancement statistique augmenté [6][7][8]. Par cette approche, les tolérances sont calculées par l'équation (7) :

$$T_Y = f\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 T_i^2} \qquad (7)$$

f représentant le coefficient d'augmentation souvent choisi arbitrairement autour de 1.5. Dans le cas ou les coefficients αi sont égaux, en faisant varier le coefficient f, on passe des deux extrêmes : $f = 1$ tolérancement statistique, $f = \sqrt{n}$ tolérancement au pire des cas. Différentes situations peuvent conduire à utiliser différents coefficients d'augmentation comme l'a montré Graves [7] qui fournit une approche intéressante pour déterminer de façon optimum ce coefficient *f* en fonction des capabilités connues ou attendues sur les caractéristique x_i. Bien que fournissant un compromis intéressant entre les extrêmes (au pire des cas et statistique), ce tolérancement statistique augmenté ne permet pas de résoudre tous les cas de figure. Il est toujours possible de trouver un contre exemple invalidant la méthode retenue.

Le problème du tolérancement est donc un problème complexe qui doit être couplé avec le problème de la décision de conformité en production. La méthode du tolérancement inertiel que nous proposons offre une réponse originale à ces problèmes.

3. Le tolérancement inertiel : une autre façon de tolérancer

3.1. *Le principe de ce tolérancement*

Le but du tolérancement consiste à déterminer un critère d'acceptation sur les caractéristiques élémentaires x_i garantissant l'acceptation sur la caractéristique résultante Y_i quelles que soient les quantités produites. En plaçant une tolérance, le concepteur prend un risque de non-qualité par rapport à la situation idéale représentée par la cible. La tolérance permet de limiter le coût de non-qualité généré par un écart par rapport à cette cible. En général, la non-qualité n'est pas le résultat direct de la valeur Y, mais d'une combinaison de Y avec les conditions d'environnement (Température extérieure par exemple) et d'exploitation (plus ou moins intensive). Dans le cas d'une conception bien conduite, lorsque Y est placé sur la cible le fonctionnement sera robuste par rapport aux conditions d'environnement et d'exploitation. Lorsque Y s'éloigne de la cible, le fonctionnement sera de plus en plus sensible aux conditions, et pourra entraîner une insatisfaction chez le client. Taguchi [9] a démontré que la perte financière associée à un écart par rapport à la cible était proportionnelle au carré de l'écart.

$$L = k\left(Y_i - Target_Y\right)^2 \qquad (8)$$

Dans le cas d'un lot, la perte associé est

$$L = k\left(\sigma_Y^2 + \left(Y - Target_Y\right)\right) = k\left(\sigma_Y^2 + \delta_Y^2\right) \qquad (9)$$

Le terme variable est comparable à une "**inertie**" des valeurs autour de la cible, c'est pourquoi nous appellerons ce terme I_Y.

L'inertie est donc définie par : $I_Y = \sigma_Y^2 + \delta_Y^2$ (10)

Si l'on veut réellement limiter le coût de non qualité par les tolérances, il est donc nécessaire de ne pas utiliser un intervalle [min ; max] comme on le fait traditionnellement mais plutôt de tolérancer la perte que l'on est prêt à accepter.

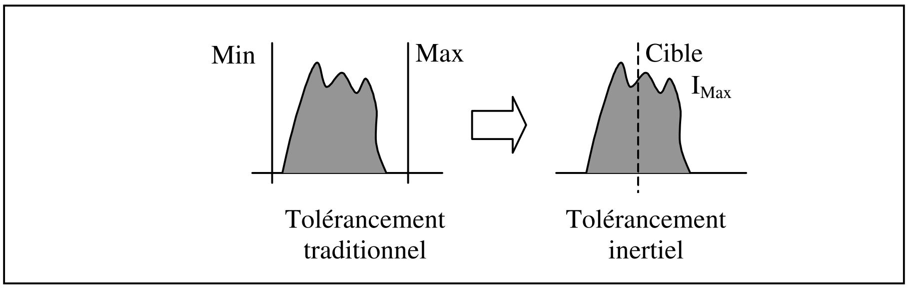


Figure 3 - Le tolérancement inertiel

Nous proposons de remplacer le tolérancement classique $Y \pm \Delta Y$ par une tolérance $Y(I_Y)$ Dans laquelle I_Y représente l'inertie maximale que l'on accepte sur la variable Y. Cette nouvelle façon de déterminer les tolérances possède de très grandes propriétés comme nous le montrerons dans cet article.

3.2. ***L'indicateur Cpi associé***

Dans le cas d'un tolérancement inertiel, la conformité est déclarée si l'inertie de la caractéristique - ou du lot - est inférieure à l'inertie maximale souhaitée. Il est ainsi possible de définir un indicateur de capabilité Cpi par l'équation (11)

$$Cpi = \frac{I_{y\,max}}{I_Y} \qquad (11)$$

Pour être capable, un processus de fabrication doit permettre d'obtenir un Cpi supérieur à 1. Nous montrerons plus loin que cet indicateur de capabilité possède de nombreuses propriétés notamment dans le cas de mélanges de lots : Le Cpi de deux lots mélangés est égal à la moyenne des Cpi.

3.2. ***La conformité en tolérancement inertiel***

L'acceptation ou le refus d'un lot est toujours un vrai problème en production. Il faut traduire par cette acceptation ou ce refus la volonté du concepteur. La décision de conformité est en fait étroitement liée à la façon dont on a tolérancer la caractéristique. Ainsi, la décision de conformité ne devrait pas résulter de la même démarche dans le cas d'un tolérancement statistique ou dans le cas d'un tolérancement au pire des cas. Cela n'est malheureusement pas le cas aujourd'hui dans nos entreprises. Le tolérancement inertiel résous notamment le problème des pièces en limite de tolérance – car il n'y a plus de tolérance.

La conformité est acceptée lorsque le Cpi est supérieur à 1. Le Cpi peut se calculer dans tous les cas de figure :

- S'il n'y a qu'une pièce l'inertie est alors égale au carré de l'écart par rapport à la cible. Si on est en présence d'un lot on calcule l'inertie à partir de l'équation (10).
- La normalité de la distribution n'est pas un critère pour pouvoir calculer un Cpi. L'inertie de la répartition se calcule quelle que soit la forme de la distribution.
- L'inertie tient compte intrinsèquement de la taille des lots et des probabilités des assemblages aux extrêmes. En effet, les écarts maximaux acceptables par rapport à la cible dépendent de la taille du lot, de la position de la moyenne et de la dispersion. On est en présence de "tolérances floues".

3.3. ***L'additivité des inerties – application aux calculs de tolérances***

L'intérêt d'utiliser l'inertie réside dans ses propriétés d'additivité. Ces propriétés permettent de répartir de façon optimum les inerties dans le cas d'une relation linéaires reliant une caractéristique condition à plusieurs caractéristiques élémentaires. Pour illustrer cette propriété, nous prendrons le cas d'une caractéristique résultante Y dépendant d'une fonction linéaire de plusieurs caractéristiques élémentaires x_i (Equation 2).

Dans ce cas, il est facile de montrer que l'on a :

$$\sigma_Y^2 = \sum \alpha_i^2 \sigma_i^2 \qquad (12)$$

$$\delta_Y = \sum \alpha_i \delta_i \qquad (13)$$

Calculons l'inertie obtenue sur la caractéristique Y.

$$I_Y = \sigma_Y^2 + \delta_Y^2 = \sum \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \left(\sum \alpha_i \delta_i^2\right)$$

qui s'écrit sous la forme :

$$I_Y = \sum \alpha_i^2 I_{Xi} + 2\sum \alpha_i \alpha_j \delta_i \delta_j \qquad (14)$$

La première partie de l'équation correspond à l'additivité des inerties. Le double produit correspond au cas ou tous les décentrages s'effectuent du même côté. Dans le cas de répartition aléatoire des moyennes lorsque le nombre de composants est important, on peut considérer que ce double produit est égal à zéro. On se retrouve alors dans une hypothèse proche de l'hypothèse du tolérancement statistique classique.

Par contre dans les cas ou l'on n'a pas un nombre de composants important ou si on ne peut pas considérer que la répartition des moyennes sera aléatoire, il est possible d'en tenir compte en intégrant le double produit dans la répartition des inerties. L'équation (14) permet de calculer la répartition des inerties sur chaque caractéristique élémentaire en fonction de l'inertie souhaitée sur la caractéristique résultante. Cette équation permet - si on le souhaite - d'intégrer le risque d'un décentrage systématique de tous les éléments du même coté défavorable.

Cette équation permet facilement de déterminer les tolérances sur les caractéristiques élémentaires selon trois hypothèses :

Hypothèse 1 : Pire des cas

Dans ces conditions le décentrage maximal était de $\delta_{Max} = \sqrt{I_{Max}}$

L'équation (14) devient

$$I_{YMax} = \sum \alpha_i^2 I_{iMax} + 2\sum \alpha_i \alpha_j \sqrt{I_{iMax}} \sqrt{I_{jMax}} \qquad (15)$$

Hypothèse 2 : Répartition aléatoire des moyennes

Dans cette hypothèse le double produit s'annule.

L'équation (20) devient

$$I_{YMax} = \sum \alpha_i^2 I_{iMax} \qquad (16)$$

Hypothèse 3 : Décentrage tous défavorables de la moyenne de h sigma

Dans ces conditions on peut écrire : $I_{Xi} = \sigma_{Xi}^2 + \delta_{Xi}^2 = \dfrac{\delta_{Xi}^2}{h^2} + \delta_{Xi}^2$

Soit $I_{YMax} = \sum \alpha_i^2 I_{Xi} + 2\dfrac{h^2}{1+h^2} \sum \alpha_i \alpha_j \sqrt{I_{Xi}} \sqrt{I_{Xj}}$ (23)

Le terme $h^2/(1+h^2)$ réalise un compromis entre les deux situations « pire des cas » et « répartition aléatoire des moyennes » Pour un décentrage maximal accepté tous défavorable de un écart type, ce terme pondérateur est égal à 0.5. Pour un décentrage de 0.5 écart type, il est égal à 0.2.

Cette troisième hypothèse permet de réaliser le meilleur compromis entre coût de production et qualité du produit assemblé.

3.3. *L'additivité des inerties – application aux mélanges de lots*

Dans le cas de mélanges de lots, la propriété d'additivité des inerties est également très intéressante. En effet, lorsque l'on mélange plusieurs lots dont le Cpi est acceptable, on obtient un lot dont le Cpi est égal à la moyenne des Cpi des lots élémentaires. Il sera donc forcément accepté. Ce n'est pas le cas actuellement avec les indicateurs de capabilité tels que le Cpk ou le Cpm.

4. Tolérancement inertiel dans le cas unilatéral

4.1. *Cas ou l'idéal est zéro*

Le tolérancement traditionnel dans le cas unilatéral supérieur tels que les défauts de forme ou de géométrie consiste à fixer une limite supérieure de tolérance que l'on ne doit pas dépasser. Cette méthode conduit à des aberrations [10][11] qui privilégie un lot ayant par avec un bon Cpk mais avec de nombreuses pièces en limite de tolérance plutôt qu'une production ayant un Cpk plus modeste, mais dont la densité de probabilité est plus forte pour les valeurs proches de zéro.

Le tolérancement inertiel ne pose aucun problème pour tolérancer des caractéristiques unilatérales supérieures. On définit comme dans le cas d'une tolérance bilatérale l'inertie maximale que l'on souhaite par rapport au zéro; Le lot sera accepté si son inertie est inférieure à l'inertie tolérancée.

Exemple d'application sur un défaut de circularité.

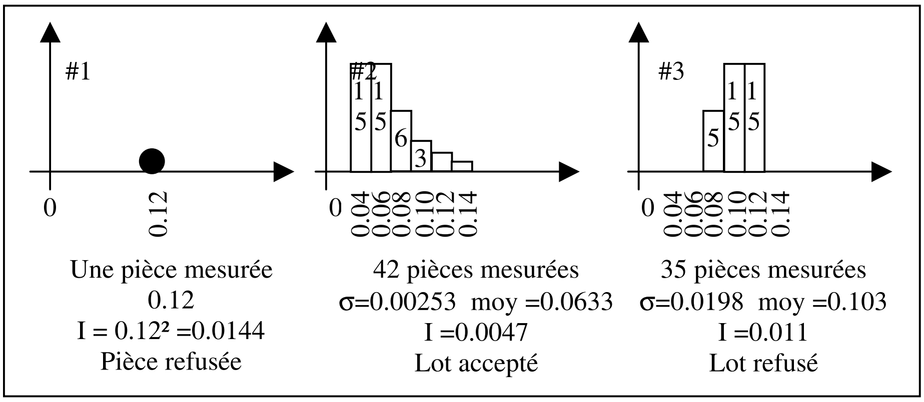


Figure 4 - Cas ou l'idéal est égal à zéro

Une pièce mécanique a une circularité tolérancée I(0.01) (figure 4). Dans le cas d'une mesure d'une seule pièce mesurée à 0.12, la pièce est refusée car l'inertie est supérieure à 0.10. Par contre, dans le cas d'un lot de pièces comportant des valeurs à 0.14 mais dont la répartition des pièces comporte une densité de probabilité proche de zéro on pourra accepter le lot. Le troisième lot sera refusé, bien que ne comportant aucune valeur à 0.14, mais la répartition des valeurs étant très excentrée par rapport à zéro, cela conduit à une inertie inacceptable.

4.2. *Cas ou l'idéal est une valeur finie*

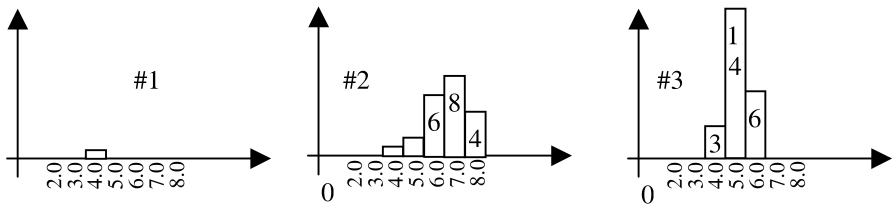
On peut citer par exemple un rendement qui a une valeur idéale de 100% ou une température devant être la plus froide possible et dont l'idéal devrait être le zéro absolue. Dans ce cas on se ramène au cas précédent en définissant une inertie sur l'écart entre la valeur mesurée et la valeur idéale.

4.3. *Cas ou l'idéal est l'infini*

On peut citer par exemple une force d'arrachement que l'on souhaite maîtriser. On se ramène au cas ou l'idéal est le zéro en définissant une inertie maximale sur l'inverse de la caractéristique mesurée.

Exemple d'application sur une force d'arrachement mesurée après collage.

Un collage de chaussures à une inertie tolérancée I(0.04) (Figure 5)



Une pièce mesurée	21 pièces mesurées	18 pièces mesurées
¼=0.25	σ=0.03 moy =0.157	σ=0.025 moy =0.198
I = 0.25² =0.0625	I =0.0255	I =0.039
Pièce refusée	Lot accepté	Lot limite d'acceptation

Figure 5 - cas ou l'idéal est l'infini

Comme le montre l'exemple de la figure 5, le tolérancement inertiel permet de mieux traduire la volonté du concepteur en raisonnant davantage sur la fonction de répartition que sur les valeurs elles-mêmes. Dans les exemples #3 et #2 les valeurs limites sont à 4, mais il est facile de constater que globalement la répartition #2 donnera une bien meilleure satisfaction à la clientèle. En effet dans le décollement d'une semelle, il faut prendre en compte la combinatoire entre la force nécessaire à l'arrachement et les conditions d'utilisation imposé par le propriétaire. La probabilité de d'avoir la simultanéité d'un collage faible et d'une utilisation sévère est bien plus forte dans le cas #3 que dans le cas #2. Un tolérancement traditionnel avec une tolérance minimale de 3 daN/cm² conduirait à la conclusion d'une qualité identique pour les deux lots (#2 : Cpk = 1.10; #3 Cpk=1.13)

5. Conclusion

Nous avons détaillé dans cette communication le principe du tolérancement inertiel qui permet d'apporter un autre regard sur la notion de tolérance. cette nouvelle voie comporte de nombreux avantages tels que :

➲ L'additivité de l'inertie en cas de mélanges de lots : L'inertie du lot mélangé sera la moyenne pondérée des inerties élémentaires. Ainsi deux lots acceptables donnent toujours une production acceptable. Cela n'est pas vrai avec une réception sur capabilité telle que Cpk ou Cpm. Cet aspect est extrêmement intéressant dans le cas de processus multi-empreintes comme les presses à injecter.

➲ La facilité de tolérancer avec la même logique des critères bilatéraux, unilatéraux et géométrique puisqu'on se ramène dans tous les cas à un critère unilatéral : l'inertie.

➲ La répartition des tolérances inertielles dans le cas d'un processus assemblé tient compte des dérives possibles sur la moyenne. On aboutit à un tolérancement sans risque de mauvais fonctionnement du produit (comme dans un tolérancement statistique), mais avec des tolérances beaucoup plus souples que dans un tolérancement au pire des cas.

➲ L'acceptation d'une pièce tient compte de la taille du lot. Ainsi les conditions aux limites conduisent à une équivalence avec le tolérancement au pire des cas si on ne produit qu'une pièce (100% de chance d'assemblage)

Cette nouvelle façon d'envisager le tolérancement des pièces mécaniques marque une rupture avec la façon traditionnelle de voir une tolérance. Elle s'inscrit dans une logique qui privilégie le centrage sur la cible au détriment du comptage de produits soit disant non-conforme. L'accent est porté sur le produit fini, pas sur la caractéristique.

Bibliographie

[1] M. Pillet, D. Duret, A. sergent (2001) – L'objectif cible et la détermination statistique des tolérances; Congrès Qualita 2001, Actes p281-287, Annecy France, Mars 2001

[2] L. J. CHAN, S. W. CHENG, F. A. SPIRING (1988), "A new Measure of Process Capability : Cpm" - Journal of Quality Technology, Vol 20, N° 3, 1988, pp 162-175.

[3] W. A. SCHEWART (1931). Economic Control of Quality of Manufactured Product. Van Nostrand, New York, 1931

[4] K.W. CHASE ; A. R. PRAKINSON (1991)- A survey of rechearch in the application of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies – Research in Engineering design (1991) 3 :23-37

[5] E. L GRANT (1946). Statistical Quality Control – Mc Graw Hill, New York 1946
[6] S. GRAVES, S. BISGAARD (2000). Five ways statistical tolerancing can fail and what do about them – Quality engineering 13, pp 85-93, 2000
[7] S. GRAVES(1997). How to reduce costs using a tolerance analysis formula tailored to your organisation – CQPI Report n° 157 - 1997
[8] S. GRAVES (2001) – Tolerance Analysis Tailored to your organization – Journal of Quality technology – Vol. 33, N°3, 293-303, July 2001
[9] Taguchi G.(1987), System of experimental design, Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs, Volumes 1 et 2, American Supplier Institute, INC, 1987
[10] M. Pillet, E. Duclos, A. Courtois (1997) – De nouveaux indicateurs de capabilité basés sur le bon fonctionnement des produits; Congrès Qualité et Sureté de Fonctionnement , Actes p1-8, Angers France, Mars 1997
[11] M. Pillet, S. Rochon, E. Duclos (1998) – SPC generalization of capability index Cpm – Case of unilateral tolerances – Quality engineering – 10(1), 171-176 (1998)